

Engineering Mechanics: Statics in SI Units, 12e

7

Internal Forces

Chapter Objectives

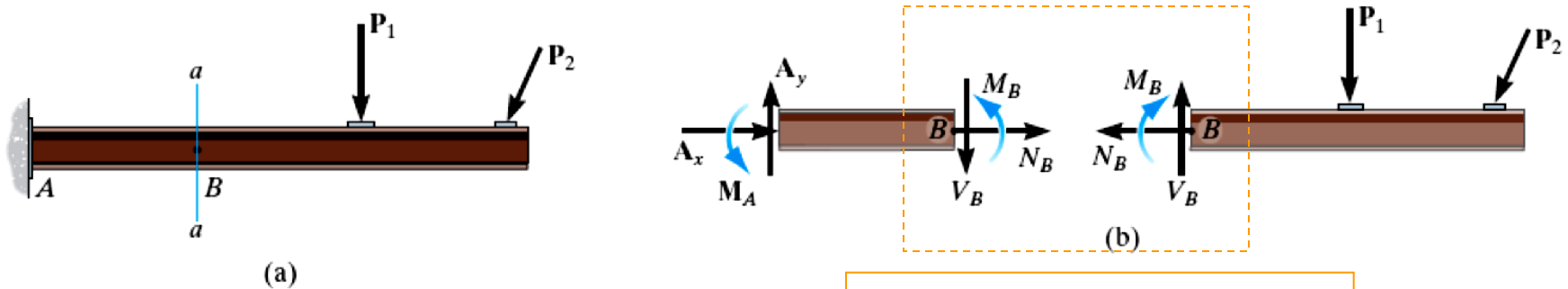
- วิธีภาพตัดสำหรับการหาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงสร้าง
- การเขียนสมการสำหรับค่าแรงภายในแบบแรงเฉือนและโมเมนต์ตลอดชิ้นส่วน

Chapter Outline

1. Internal Forces Developed in Structural Members (แรงภายในที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วนของโครงสร้าง)
2. Shear and Moment Equations and Diagrams (สมการและแผนภาพสำหรับแรงเฉือนและโมเมนต์)
3. Relations between Distributed Load, Shear and Moment (ความสัมพันธ์ระหว่างแรงแบบแผ่-แรงเฉือน-โมเมนต์)

7.1 Internal Forces Developed in Structural Members

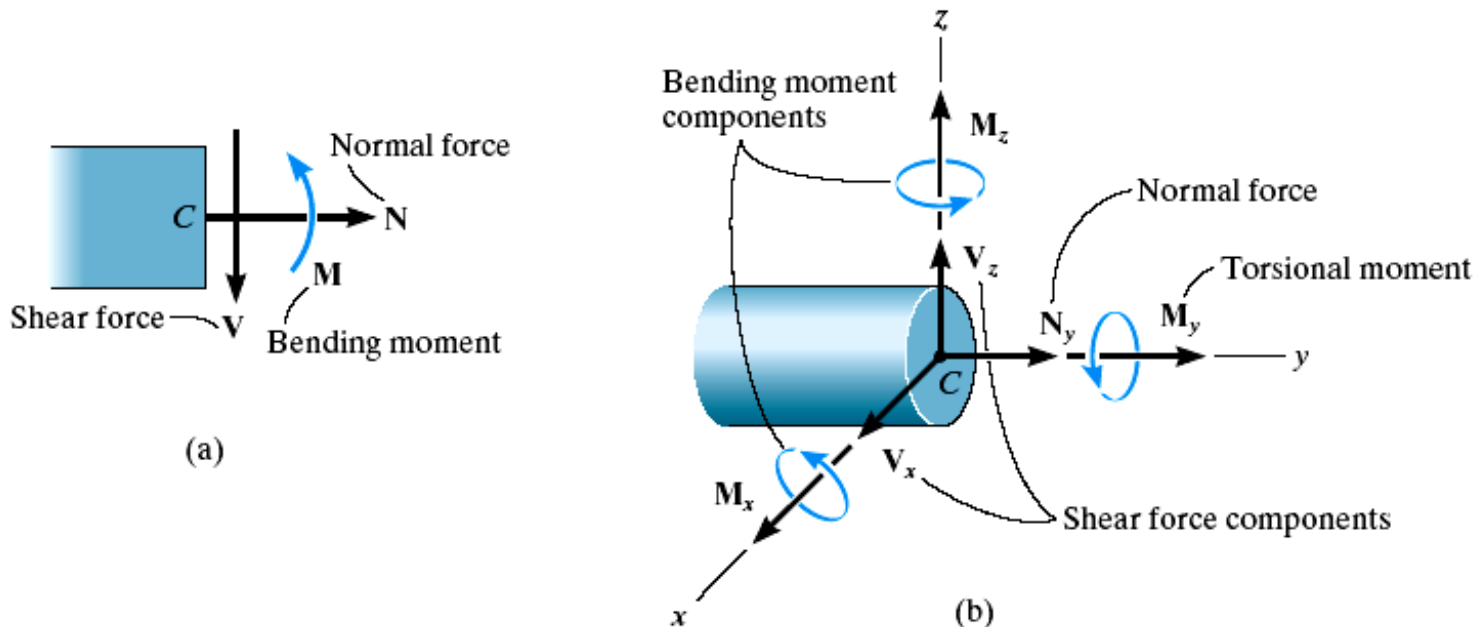
- การออกแบบชิ้นส่วนใด ๆ ของโครงสร้างหรือเครื่องจักร คือการใช้วัสดุที่สามารถต้านทานแรงภายในที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วนนั้นได้
- แรงภายในเหล่านี้สามารถหาได้จากวิธีภาพตัด
- แรงตามแกน (Axial force) N กระทำตั้งฉากกับรอยตัดของคาน
- แรงเฉือน (Shear force) V , กระทำตามแนวรอยตัด (ตั้งฉากกับแกนของคาน)
- โมเมนต์ M หรือนิยมเรียก โมเมนต์ดัด (Bending moment)



Positive sign convention

7.1 Internal Forces Developed in Structural Members

- สำหรับ 3D แรงภายในและโมเมนต์กระทำต่อรอยตัดแสดงดังรูป
- N_y คือแรงตั้งฉาก (normal force), V_x และ V_z คือแรงเฉือน (shear force)
- M_y คือโมเมนต์บิด (torsional or twisting moment), M_x และ M_z คือโมเมนต์ดัด (bending moment)



7.1 Internal Forces Developed in Structural Members

Procedure for Analysis

Support Reactions (แรงปฏิกิริยาที่ฐาน)

- ก่อนการตัด section ให้คำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่ฐานไว้

Free-Body Diagrams

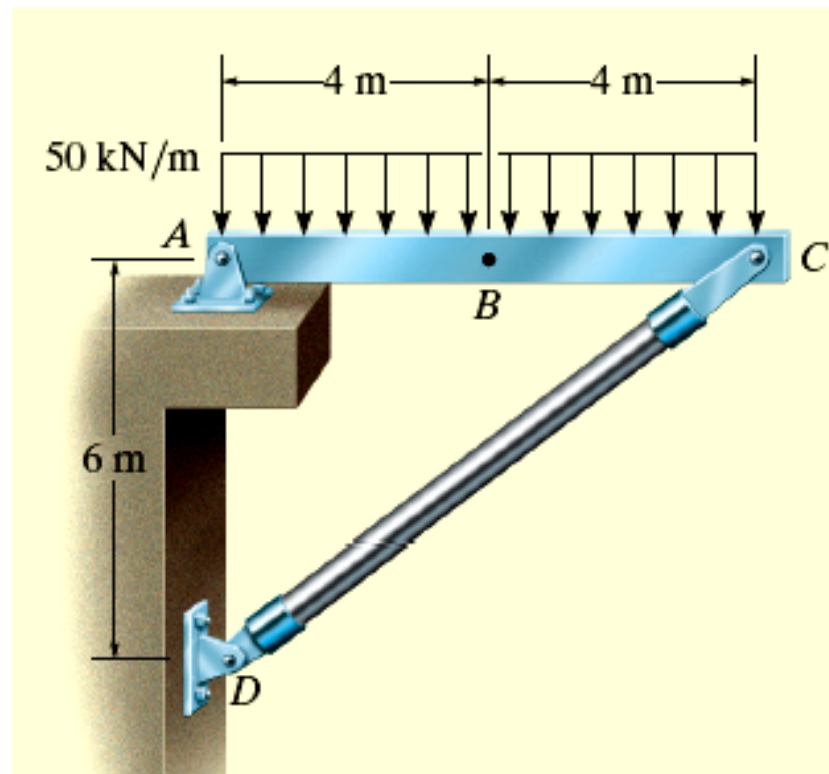
- เขียนแรงทั้งหมดที่กระทำต่อ FBD ไว้ที่ตำแหน่งของมัน
- พิจารณาเลือก FBD ที่มีแรงจำนวนน้อย หรือวิเคราะห์ได้ง่ายกว่า
- แสดงองค์ประกอบ x, y, z ของแรงและโมเมนต์
- เขียนแรงภายใน N, V, M ที่รอยตัด โดยสมมุติทิศทางไว้

Equations of Equilibrium

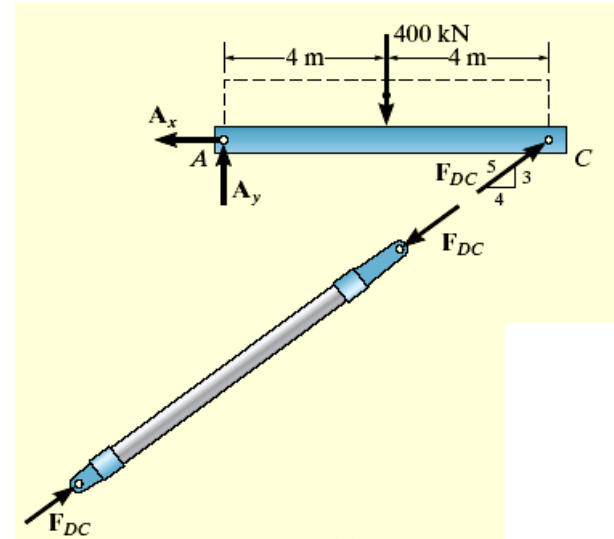
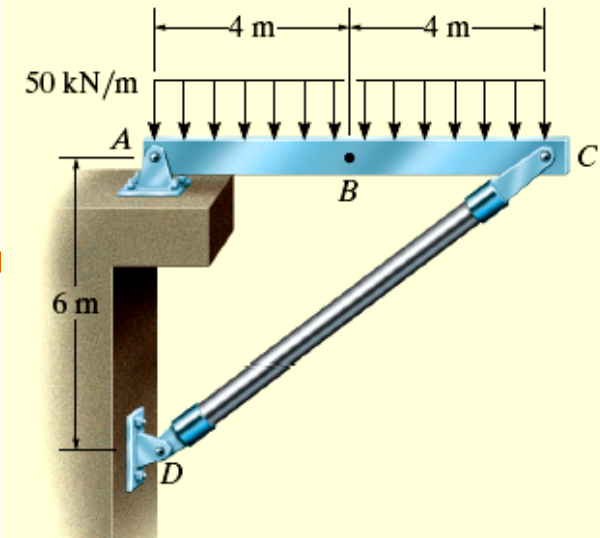
- คำนวณค่า คำตอบทิศที่ถูกต้องดูจากเครื่องหมาย $+ -$

Example 7.3

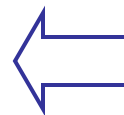
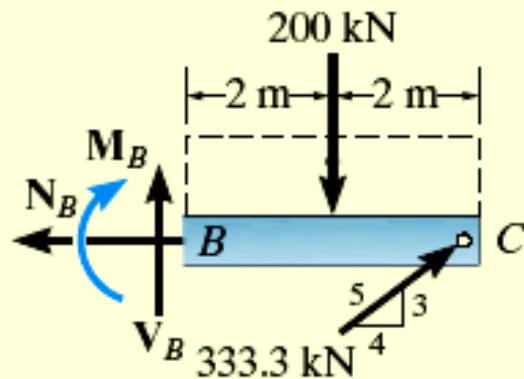
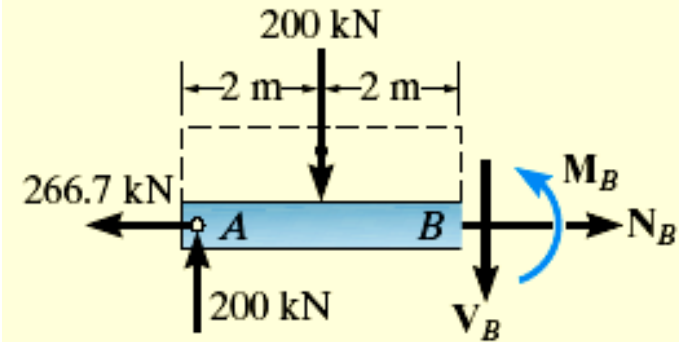
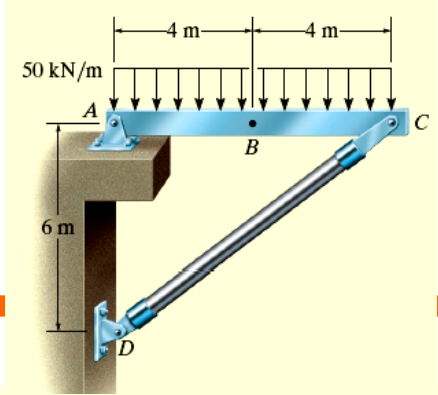
Determine the internal force, shear force and the bending moment acting at point B of the two-member frame.



Solution

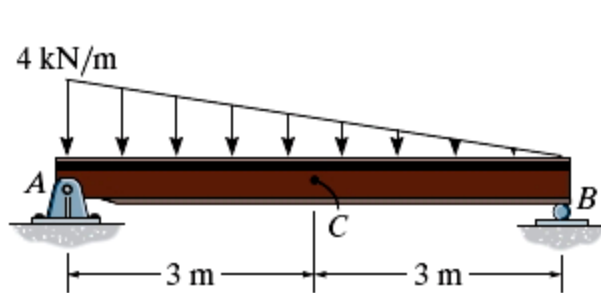


Solution

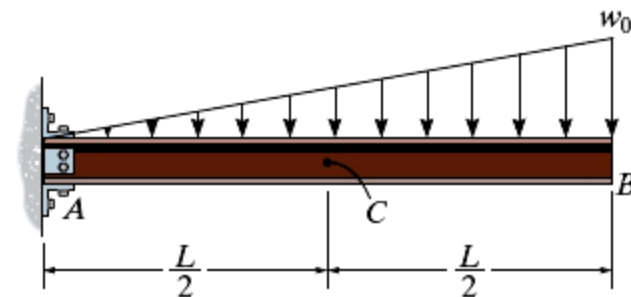


7.2 Shear and Moment Equations and Diagrams

- คาน (Beam) คือชิ้นส่วนโครงสร้างที่ถูกออกแบบเพื่อรองรับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกที่กระทำในแนวตั้งฉากกับแกนของชิ้นส่วน
- คานช่วงเดียว (simply supported beam) มีที่รองรับตรงปลายเป็น pin หนึ่งด้าน และอีกด้านเป็น roller
- คานยื่น (cantilever beam) มีที่รองรับตรงปลายเป็น fix และอีกด้านเป็นปลายยื่น



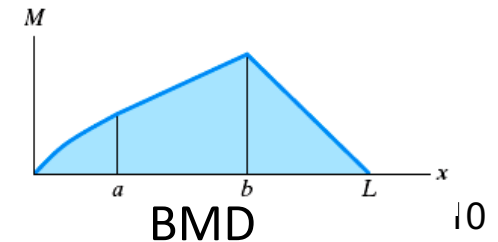
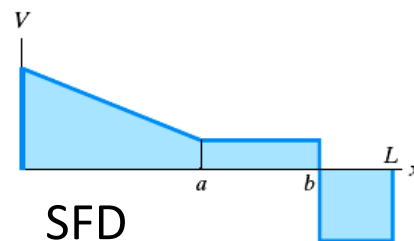
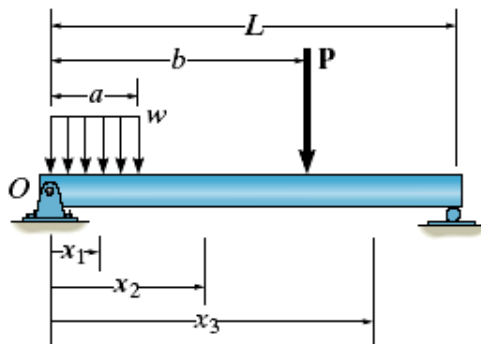
simply supported beam



cantilever beam

7.2 Shear and Moment Equations and Diagrams

- ในการออกแบบคาน จำเป็นต้องหาค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ตลอดทั้งคาน
- สามารถหาค่าที่ทุก ๆ จุดบนคานได้ด้วยวิธีภาพตัด โดยเขียนให้เป็นฟังก์ชันกับระยะ x ใด ๆ ตลอดคาน $V(x)$ และ $M(x)$
- $V(x)$ และ $M(x)$ มักไม่ต่อเนื่องที่จุดที่แรงแบบแผ่เปลี่ยนแปลง หรือมีแรงแบบจุดกระทำ ดังนั้นจึงควรพิจารณาสมการเป็นช่วง ๆ เช่น x_1, x_2, x_3
- กราฟของ $V(x)$ และ $M(x)$ เรียกว่า Shear Force Diagram (SFD) และ Bending Moment Diagram (BMD)



7.2 Shear and Moment Equations and Diagrams

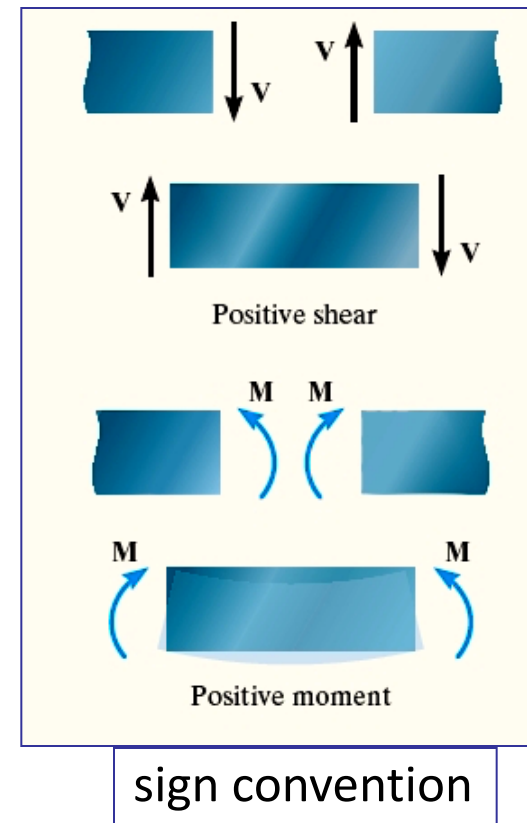
Procedure for Analysis

Support Reactions

- หาแรงและโมเมนต์ที่กระทำต่อคาน แล้วแตกให้เป็นองค์ประกอบที่ขนานและตั้งฉากกับแกนคาน

Shear and Moment Functions

- กำหนดพิกัด x โดยเฉพาะ โดยมีจุดเริ่มต้นที่ปลายซ้ายของคาน โดยกำหนดเป็นช่วง ๆ แต่ละช่วงถึงจุดที่มีแรงแบบจุดกระทำ หรือแรงแบบแผ่เปลี่ยนแปลง
- ตัดคานที่ระยะ x ใด ๆ วาด FBD โดยแสดง V และ M ตามระบบเครื่องหมายบวก (sign convention)
- หา V และ M จากสมดุลของ FBD ซึ่งที่ง่าย



7.2 Shear and Moment Equations and Diagrams

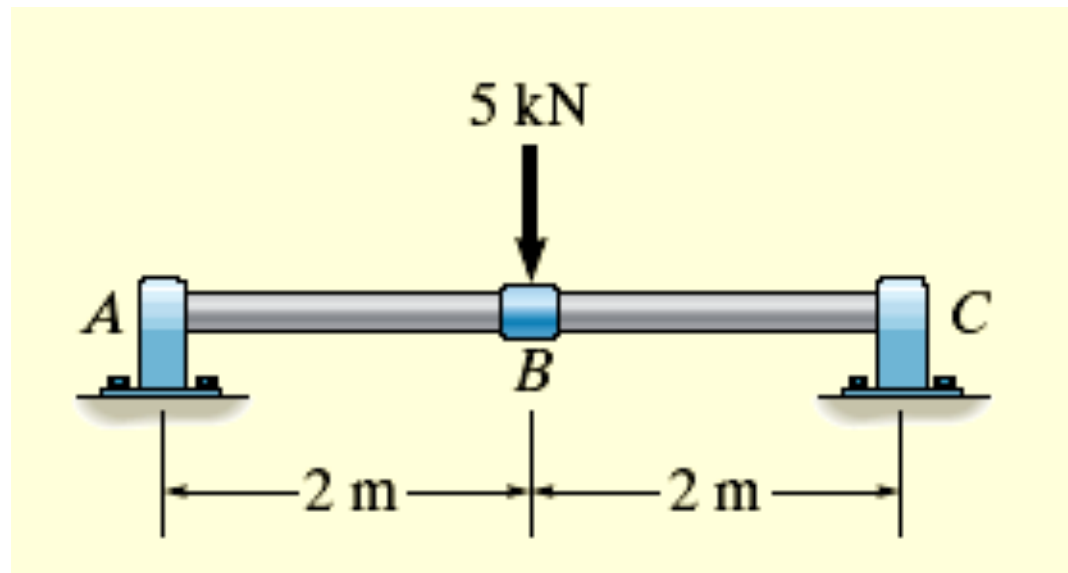
Procedure for Analysis

Shear and Moment Diagrams

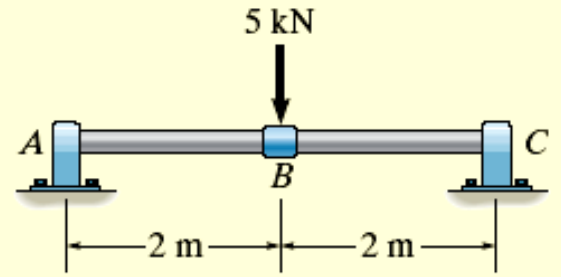
- วาดกราฟ SFD ระหว่าง V กับ x และ BMD ระหว่าง M กับ x โดยค่าที่คำนวณได้เป็น $+$ ให้เขียนเหนือแกน x ส่วนค่า $-$ เขียนใต้แกน x
- มักเขียน SFD & BMD ต่อจาก FBD ของคาน

Example 7.7

Draw the shear and bending moments diagrams for the shaft. The support at A is a thrust bearing and the support at C is a journal bearing.

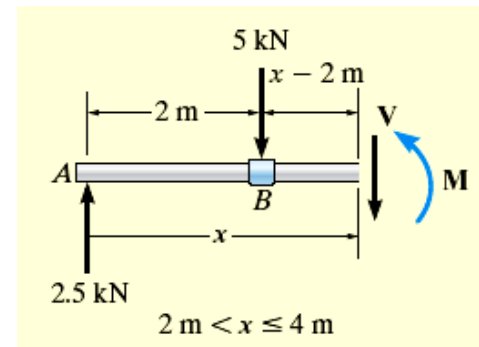
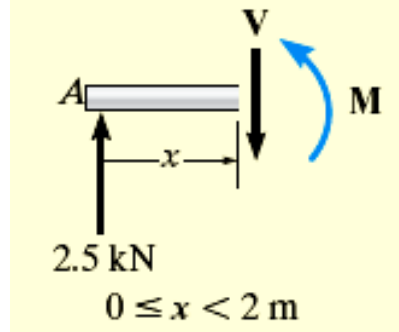


Solution

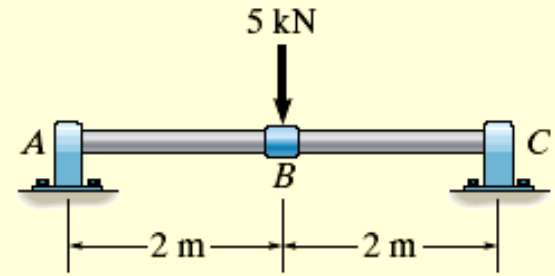


Support Reactions (หาจากสมดุลของทั้งคาน แสดงค่าไว้ในหน้าต่อไป)

FBD of the shaft



Solution



Shear diagram

Internal shear force is always positive within the shaft AB.

Just to the right of B, the shear force changes sign and remains at constant value for segment BC.

Moment diagram

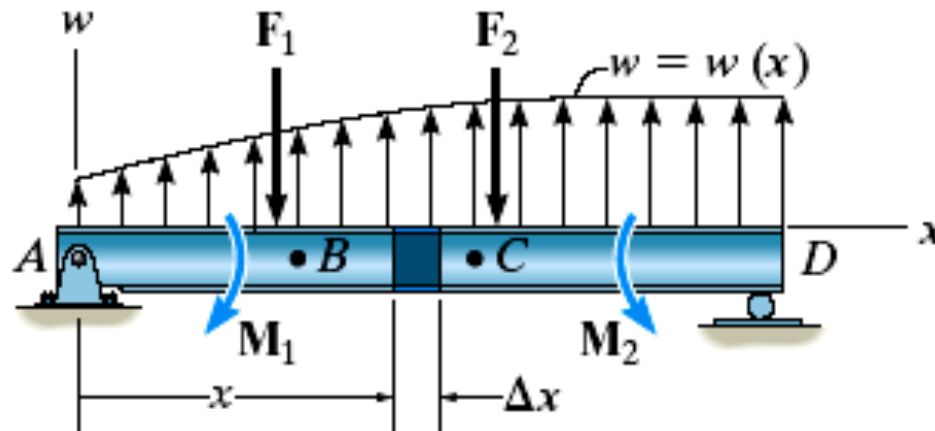
Starts at zero, increases linearly to B and therefore decreases to zero.

$$M_{max} = 5 \text{ kN.m}$$

7.3 Relations between Distributed Load, Shear and Moment

Distributed Load

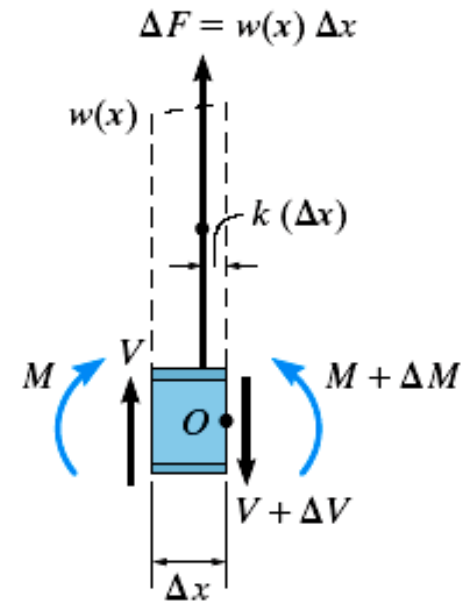
- พิจารณาคาน AD ภายใต้แรงกระทำจากแรงแบบแผ่ $w = w(x)$ และแรงแบบจุด (F_1, F_2) และโมเมนต์แบบจุด (M_1, M_2)
- พิจารณาแรงที่กระทำในแนวตั้งใด ๆ ให้มีเครื่องหมายบวก ถ้าแรงมีทิศทางขึ้น



7.3 Relations between Distributed Load, Shear and Moment

Distributed Load

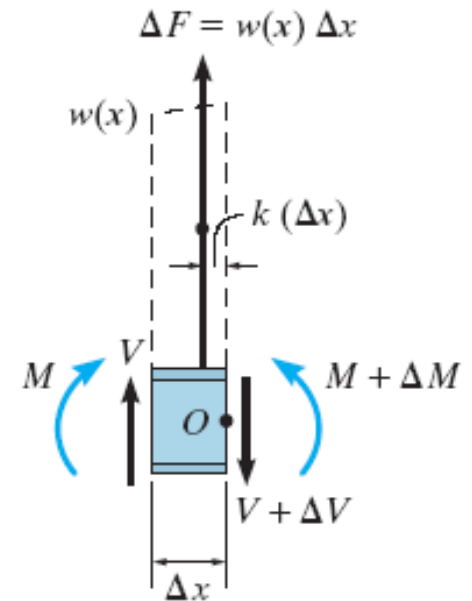
- ตัด FBD สำหรับชิ้นส่วนเล็ก ๆ ที่มีความยาว Δx และอยู่บนตำแหน่ง x ใด ๆ โดยที่ไม่มีแรงแบบจุดหรือโมเมนต์แบบจุดกระทำในส่วนนี้
- เขียน V และ M ในทิศทางบวกตามนิยาม
- แรงลัพธ์ที่เขียนได้คือ $\Delta F = w(x) \Delta x$
และอยู่ที่ตำแหน่ง $k(\Delta x)$ จากด้านขวา
 $0 < k < 1$ ($k=0.5$ สำหรับ uniform load)



7.3 Relations between Distributed Load, Shear and Moment

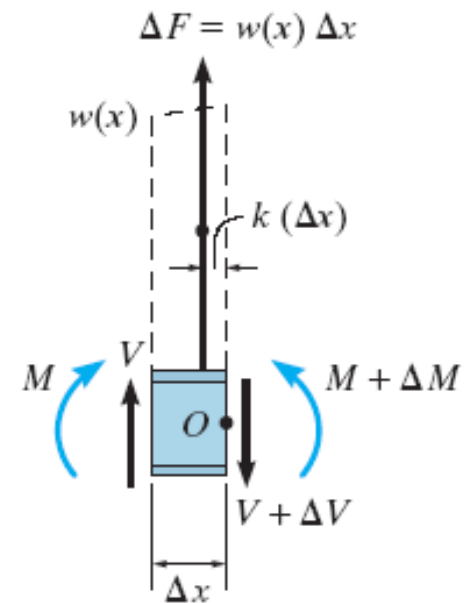
Relations between Distributed Load and Shear

and



7.3 Relations between Distributed Load, Shear and Moment

Relations between Shear and Moment

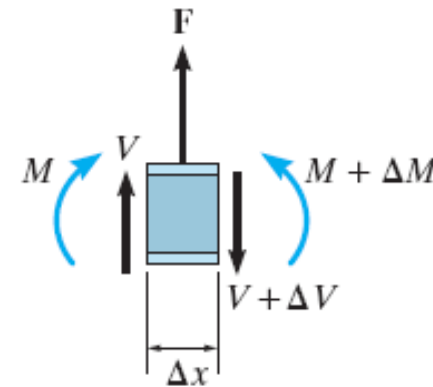


7.3 Relations between Distributed Load, Shear and Moment

Concentrated Force and Couple Moment (แรงและโมเมนต์แบบจุด)

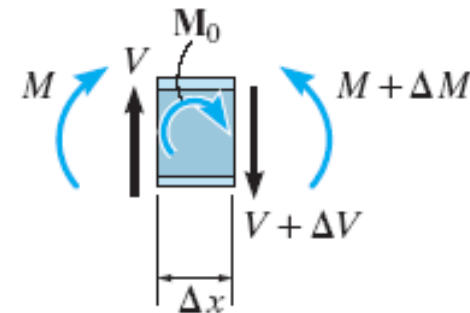
$$\Delta V = F$$

- สำหรับแรงแบบจุดที่กระทำทิศขึ้น จะทำให้ค่าแรงเฉือนเพิ่มขึ้น



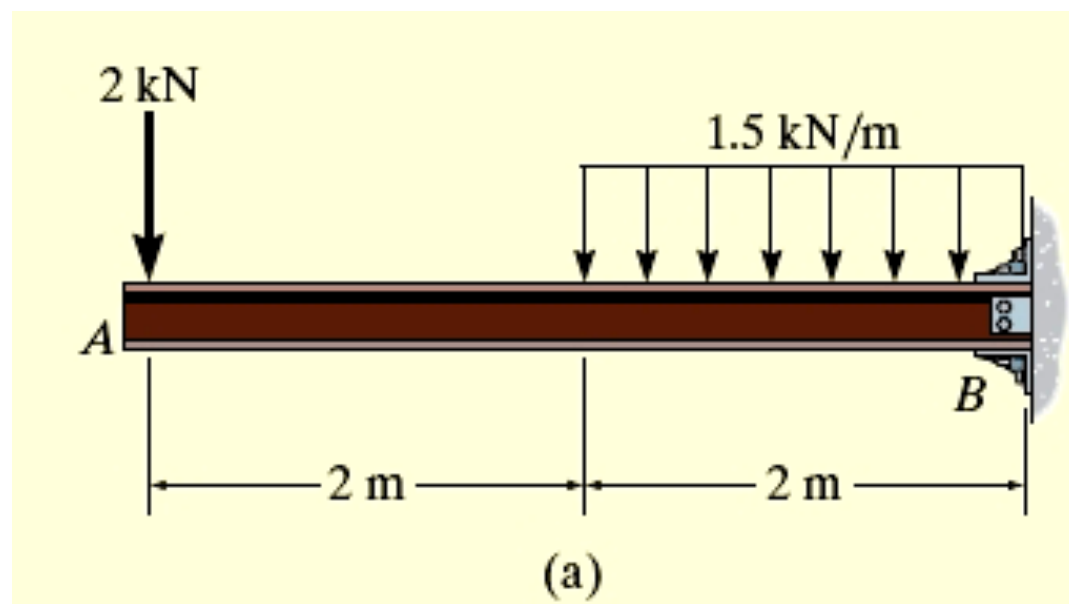
$$\Delta M = M_0$$

- สำหรับโมเมนต์แบบจุดที่กระทำทิศตามเข็มนาฬิกา จะทำให้ค่าโมเมนต์ภายในเพิ่มขึ้น

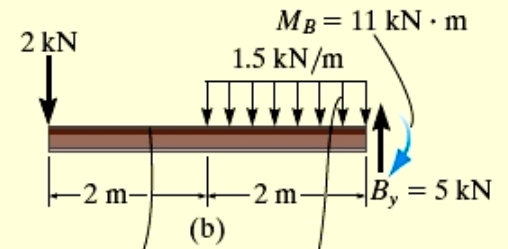


Example 7.8

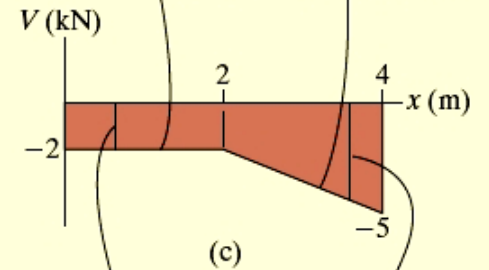
Draw the shear and moment diagrams for the cantilever beam.



Solution

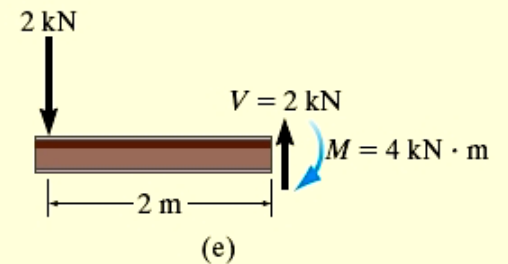
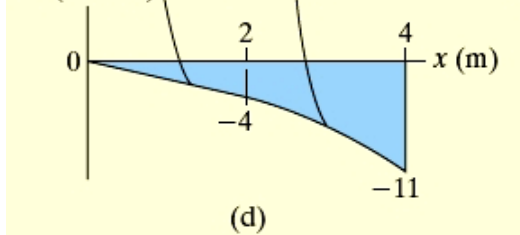


$w = 0$ $w = \text{negative constant}$
 slope = 0 slope = negative constant



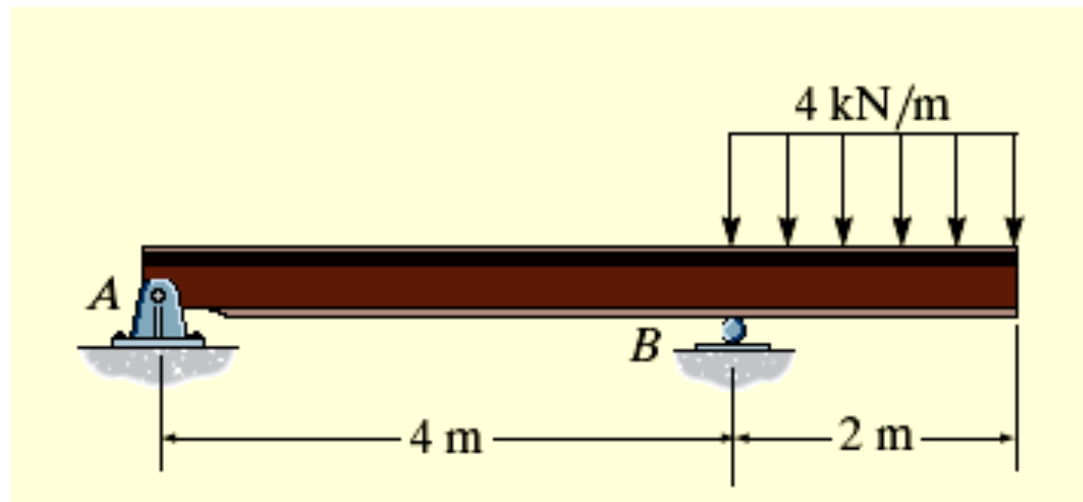
$V = \text{negative constant}$
 slope = negative constant

$V = \text{negative increasing}$
 slope = negative increasing

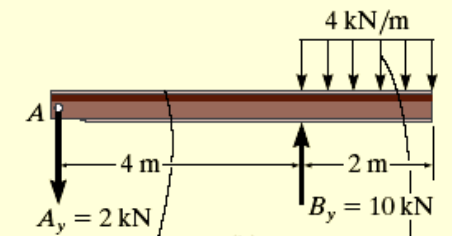


Example 7.9

Draw the shear and moment diagrams for the overhang beam.

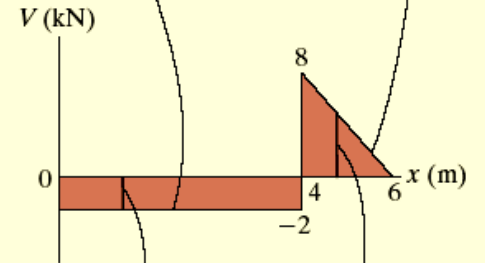


Solution



(b)

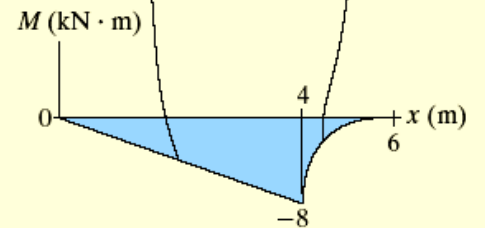
$w = 0$ slope = 0
 $w = \text{negative constant}$ slope = negative constant



(c)

$V = \text{positive decreasing}$ slope = positive decreasing

$V = \text{negative constant}$ slope = negative constant



(d)

